

TEMA VI

SISTEMAS DESEQUILIBRADOS. TEORÍA GENERAL DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

6.1.-Introducción.

6.2.-Componentes simétricas.

6.3.-Teorema de Stokvis.

6.4.-Potencia en Sistemas Trifásicos Desequilibrados.

6.5.-Análisis de Circuitos por el método de Componentes Simétricas.

6.5.1.-Sistemas simétricos con f.e.m. desequilibradas.

6.5.2.-Impedancias Simétricas.

6.5.3.-Redes de Secuencia.

6.5.4.-Sistemas asimétricos.

6.6.-Estudio de Fallos Asimétricos.

VI.1.-INTRODUCCIÓN

Las componentes simétricas constituyen un procedimiento analítico de gran valor para determinar el rendimiento de ciertos tipos de circuitos trifásicos (o polifásicos en general) desequilibrados que contienen máquinas eléctricas rotativas. Aunque también se pueden utilizar para resolver redes estáticas desequilibradas, esta aplicación sería, en general, más molesta y laboriosa que los métodos estándar que los analizan. En cambio, para circuitos desequilibrados que contienen máquinas eléctricas rotativas, el método de las componentes simétricas suministra el único procedimiento práctico para determinar los efectos de los desequilibrios en estas máquinas y por ello es ampliamente utilizado. También resulta imprescindible su aplicación en el estudio de fallas en la red: cortocircuitos asimétricos, desconexión de alguna fase, etc.

El procedimiento se basa en la propiedad de las magnitudes sinusoidales de que *m* vectores cualesquiera pueden considerarse como la suma de *m* sistemas simétricos de *m* vectores.

Existen infinidad de medios para descomponer un sistema de *n* vectores en *n* sistemas simétricos, por ejemplo, para un sistema trifásico tenemos el método de Edith-Clarke de componente α , β , o el método de Kimbark de componentes S, D, z, etc. No obstante, el método más empleado y conocido es el de las componentes simétricas, conocido también por método de Fortescue, que lo propuso en 1.918 y fue estudiado simultáneamente por Fortescue y Stokvis.

El método, como vamos a ver, consiste básicamente en descomponer un sistema polifásico asimétrico en varios simétricos, que podemos estudiar fácilmente mediante su circuito monofásico equivalente. Posteriormente aplicaremos el Principio de Superposición para obtener la respuesta del circuito original, quedando así simplificado notablemente el trabajo de resolución del circuito original.

Es preciso observar que la descomposición de las tensiones y corrientes reales de un circuito en sus componentes simétricas es un procedimiento de trabajo para calcular su valor en sistemas desequilibrados. No obstante, estos valores simétricos no son solamente un artificio de cálculo, sino que, en cierto modo, tienen una realidad física que permiten su medida. Ciertamente, las componentes simétricas no aparecen aisladamente en un circuito y podemos comprobar que su presencia produce una serie de fenómenos físicos observables que serán diferentes según la componente considerada. Por ejemplo, en un circuito trifásico desequilibrado con conductor neutro, la corriente de neutro es tres veces la componente homopolar de las corrientes reales de fase. En un motor trifásico alimentado por un sistema de tensiones desequilibradas, la componente directa engendra un campo giratorio en el sentido de giro del rotor, produciendo un par útil; la componente inversa produce un campo en sentido inverso, creando un par de frenado, y la componente homopolar no produce ningún efecto.

VI.2.-COMPONENTES SIMÉTRICAS

Existen sistemas **desequilibrados**, también llamados **asimétricos** de tensiones, de corrientes, de flujos y de otras magnitudes. En la siguiente figura se han representado dos sistemas trifásicos de vectores de esta naturaleza. En efecto, el (b), formado por dos vectores, puede considerarse trifásico, a base de suponer que el módulo del tercer vector es nulo.

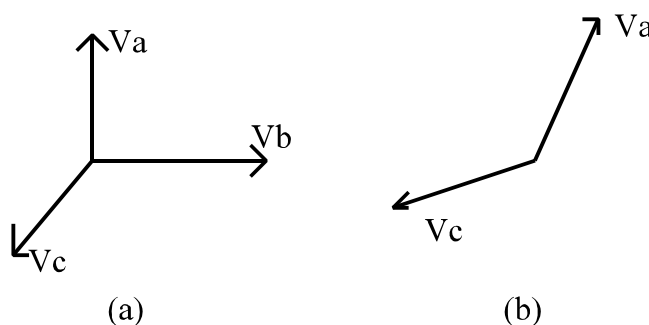


Figura 1

Los sistemas componentes simétricos, por brevedad los **componentes simétricos**, se clasifican en tres tipos:

a) Sistema de **secuencia nula** (cero) u **homopolar**.

Son aquellos cuyos tres vectores están en fase. Su secuencia de fase se puede decir que es cero, ya que los tres vectores pulsán a un tiempo. Se les suele distinguir con el subíndice **0** y también con el subíndice **h**.

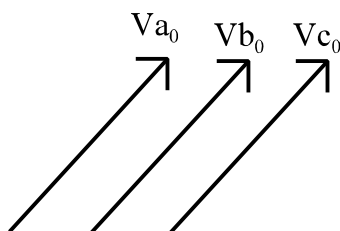


Figura 2

b) Sistema **directo** o de **secuencia positiva**.

Tres vectores giratorios tienen secuencia positiva u orden de sucesión directo, cuando el orden de fases a-b-c, corresponde al sentido del reloj, esto es, cuando al hacer girar los tres vectores juntos en el sentido de giro ω (antihorario), un observador ve pasar sucesivamente los máximos positivos de a, luego b y por último c. Estos sistemas suelen distinguirse añadiéndoles el subíndice **1**, o también el subíndice **d**.

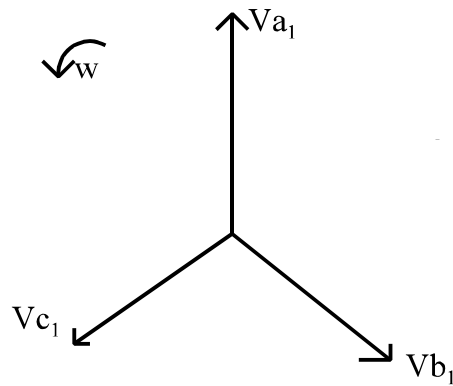


Figura 3

c) Sistema **inverso** o de **secuencia negativa**.

Son aquellos cuyo orden de fases, examinado según el sentido de giro del reloj, es **a-c-b**, o equivalente (b-a-c, c-b-a). Al igual que antes, esto quiere decir que si el conjunto de los tres vectores gira según la velocidad angular w , ese sería el orden en que veríamos aparecer los máximos positivos de las ondas senoidales.

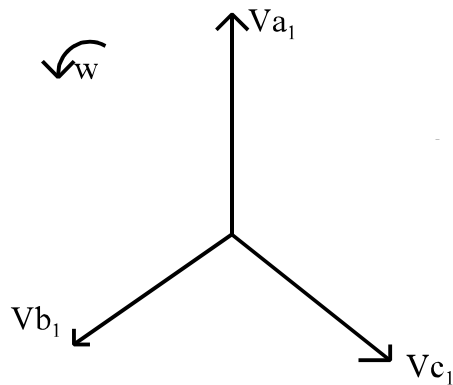


Figura 4

Denominamos **sistema equilibrado** o **simétrico** a un conjunto de n vectores de igual módulo, separados entre sí un ángulo $2\pi/n$ y cuya suma será, por tanto, cero. A un sistema **homopolar** lo llamamos **equilibrado** o **simétrico** cuando todos los vectores tienen el mismo módulo. Si un sistema no cumple alguna de las condiciones anteriores, se le denominará **desequilibrado** o **asimétrico**.

Con estas definiciones, es obvio que los tres sistemas definidos (homopolar, directo e inverso) son simétricos. También está claro que conocido un solo vector de un sistema simétrico, se puede determinar todo el sistema.

Para terminar con este apartado, vamos a definir (y obtener algunas de sus propiedades) el **operador trifásico a**.

Sabemos del álgebra compleja que si se multiplica un vector por la cantidad $e^{j\alpha}$, el efecto que se obtiene es girar dicho vector, en sentido antihorario, un ángulo α . Para conseguir un giro de 120° ($2\pi/3$), que es necesario en el estudio de las componentes

simétricas, es frecuente utilizar el operador **a**, que se define así:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0.5 + j0.866$$

multiplicando **a** por sí mismo se obtiene **a²**, que expresa una rotación antihoraria de 240°, y así sucesivamente (obviamente **a³ = 1**)

En la siguiente figura se muestra un juego de composiciones vectoriales que utilizan el operador o **factor vectorial trifásico a**. El uso de este operador simplifica enormemente el cálculo de sistemas trifásicos simétricos.

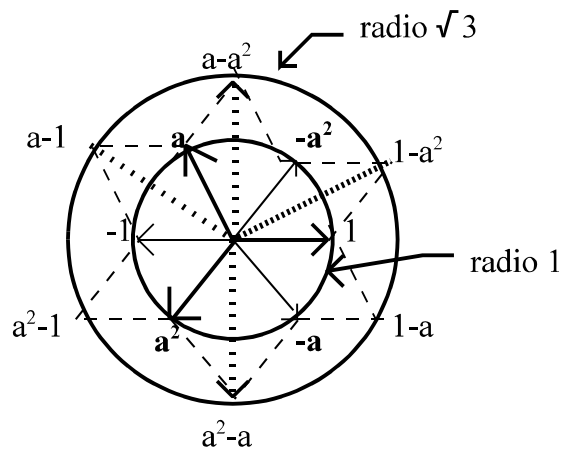


Figura 5

Las siguientes identidades son de gran importancia en el estudio de las componentes simétricas:

- | | | |
|---|--|---|
| a) $1 + a + a^2 = 0$ | b) $-a = 1 + a^2 = 1 \angle 60^\circ$ | c) $-a^2 = 1 + a = 1 \angle 60^\circ$ |
| d) $-1 = a + a^2$ | e) $1 - a = \sqrt{3} \angle -30^\circ$ | f) $1 - a^2 = \sqrt{3} \angle 30^\circ$ |
| g) $(1+a)(1-a) = 1-a^2$ | h) $(1+a)^2 = 1 \angle 120^\circ$ | i) $(1-a)^2 = 3 \angle -60^\circ$ |
| j) $a - a^2 = \sqrt{3} \angle 90^\circ$ | | |

Hay que remarcar que 1, a y a² son las tres raíces cúbicas de la unidad.

Podemos ver ahora las relaciones que tienen entre sí los vectores de:

- a) Un sistema directo: $V_{b1} = a^2 V_{a1} = a^{-1} V_{a1}$; $V_{c1} = a V_{a1}$
- b) Un sistema inverso: $V_{b2} = a V_{a2}$; $V_{c2} = a^2 V_{a2} = a^{-1} V_{a2}$
- c) Un sistema homopolar: $V_{b0} = V_{c0} = V_{a0}$

VI.3.-TEOREMA DE STOKVIS

Como hemos mencionado anteriormente, este teorema fue desarrollado conjuntamente (pero de forma independiente) por Stokvis y por Fortescue y, esencialmente dice:

“Un sistema trifásico, asimétrico, puede descomponerse en tres sistemas simétricos: uno de secuencia directa, otro de secuencia inversa y el tercero homopolar”.

Supóngase que partimos de tres fasores de tensión desequilibrados: V_R , V_S y V_T . De acuerdo con las reglas del álgebra (espacios vectoriales), las tres tensiones anteriores se podrán expresar en función de tres tensiones arbitrarias V_0 , V_1 y V_2 por medio de una transformación lineal:

$$\begin{aligned}V_R &= a_0 V_{R0} + a_1 V_{R1} + a_2 V_{R2} \\V_S &= b_0 V_{R0} + b_1 V_{R1} + b_2 V_{R2} \\V_T &= c_0 V_{R0} + c_1 V_{R1} + c_2 V_{R2}\end{aligned}$$

supuesto que el determinante de los coeficientes sea diferente de cero.

Es evidente que si los coeficientes son arbitrarios, cada juego de las tensiones anteriores estará desequilibrado como el sistema original, por lo que no se ha obtenido ninguna ventaja. Fue Fortescue (y casi simultáneamente Stokvis), quienes apuntaron que si se hace una elección apropiada de estos coeficientes, cada uno de los sistemas de tensiones derivados pueden estar equilibrados, con lo que se logra una gran simplificación en los cálculos.

Si ponemos

$$\begin{aligned}V_R &= V_{R0} + V_{R1} + V_{R2} \\V_S &= V_{S0} + V_{S1} + V_{S2} \\V_T &= V_{T0} + V_{T1} + V_{T2}\end{aligned}$$

los nueve vectores del segundo miembro constituyen las **componentes simétricas** de V_R , V_S y V_T .

En función de los vectores fundamentales:

$$\begin{aligned}V_R &= V_{R0} + V_{R1} + V_{R2} \\V_S &= V_{R0} + a^2 V_{R1} + a V_{R2} \\V_T &= V_{R0} + a V_{R1} + a^2 V_{R2}\end{aligned}$$

Puesto de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{bmatrix}$$

El problema, en la práctica es encontrar las componentes homopolares.
Para despejar V_{R0} basta sumar las igualdades, y recordar que $1 + a + a^2 = 0$

$$V_{R0} = \frac{1}{3}(V_R + V_S + V_T)$$

Para obtener V_{R1} , se multiplica la segunda ecuación por a y la tercera por a^2 , y se suman:

$$V_{R1} = \frac{1}{3}(V_R + aV_S + a^2V_T)$$

Finalmente, multiplicando aquellas ecuaciones por a^2 y por a , respectivamente, y sumando, se llega a

$$V_{R2} = \frac{1}{3}(V_R + a^2V_S + aV_T)$$

Podemos ponerlas también en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix}$$

Ni que decir tiene, que todo esto no solamente se puede aplicar a las tensiones simples de fase, sino a cualquier magnitud, como corrientes de fase, tensiones de línea, etc.

Veamos así las corrientes desequilibradas I_R , I_S e I_T :

$$\begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix}$$

En un sistema trifásico, la suma de las corrientes de línea es igual a la corriente I_N de retorno por el hilo del neutro. Es decir:

$$I_R + I_S + I_T = I_N$$

Ahora bien, utilizando la expresión matricial anterior, se deduce que

$$I_{R0} = \frac{1}{3}(I_R + I_S + I_T) = \frac{1}{3}I_N$$

lo que indica que la corriente de retorno por el neutro vale:

$$I_N = 3 \cdot I_{R0}$$

Cuando el sistema trifásico tiene solamente tres hilos, es decir, no hay neutro, entonces I_N es cero y, en consecuencia, de acuerdo con la última ecuación, las corrientes en las fases de línea no contienen componentes de secuencia cero u homopolar.

De un modo análogo, en un sistema trifásico a tres hilos, las tensiones de línea cumplen la condición:

$$V_{RS} + V_{ST} + V_{TR} = 0$$

y por ello, de acuerdo con **(6)**, las componentes homopolares de las tensiones de línea serán:

$$V_{RS0} = V_{ST0} = V_{TR0} = \frac{1}{3}(V_{RS} + V_{ST} + V_{TR})$$

que, teniendo en cuenta **(11)**, nos indica que las tensiones de línea no tienen componentes homopolares o de secuencia cero (para un sistema a tres hilos).

Si se considera una carga en estrella desequilibrada se tendrá, tres tensiones simples desiguales: $V_{RN'}$, $V_{SN'}$ y $V_{TN'}$, cuyas componentes homopolares serán:

$$V_{RN'0} = V_{SN'0} = V_{TN'0} = \frac{1}{3}(V_{RN'} + V_{SN'} + V_{TN'})$$

ahora bien teniendo en cuenta que

$$V_{RN'} = V_{RN} - V_{NN'}$$

$$V_{SN'} = V_{SN} - V_{NN'}$$

$$V_{TN'} = V_{TN} - V_{NN'}$$

resulta:

$$V_{RN'} + V_{SN'} + V_{TN'} = (V_{RN} - V_{NN'}) + (V_{SN} - V_{NN'}) + (V_{TN} - V_{NN'})$$

y, como quiera que $V_{RN} + V_{SN} + V_{TN} = 0$, se obtiene:

$$V_{RN'} + V_{SN'} + V_{TN'} = -3V_{NN'}$$

y, por consiguiente, las componentes homopolares de las tres tensiones simples, teniendo en cuenta **(13)** y **(16)** serán:

$$V_{RN'0} = V_{SN'0} = V_{TN'0} = -V_{NN'}$$

que indica que las tensiones simples de una estrella desequilibrada (a cuatro hilos) tienen componentes de secuencia cero y representan, con signo menos, la tensión de desplazamiento del neutro.

EJEMPLO. Dado un sistema trifásico a tres hilos desequilibrado, donde sabemos que las tensiones simples de la carga son:

$$V_{RN'} = 425 \angle 45^\circ; V_{SN'} = 220 \angle 60^\circ; V_{TN'} = 425 \angle 75^\circ$$

Calcular las componentes simétricas de las tensiones simples anteriores y las componentes simétricas de las tensiones de línea.

De acuerdo con **(6)** resultarán unas componentes homopolares:

$$V_{RN'0} = V_{SN'0} = V_{TN'0} = (1/3)(V_{RN'} + V_{SN'} + V_{TN'}) = 347 \angle 60^\circ$$

y que, teniendo en cuenta **(17)** se tendrá una tensión de desplazamiento del neutro:

$$V_{NN'} = -347 \angle 60^\circ = 347 \angle -120^\circ$$

Las componentes de secuencia positiva serán:

$$V_{RN'1} = (1/3)(V_{RN'} + a \cdot V_{SN'} + a^2 \cdot V_{TN'}) = 127 \angle 0^\circ$$

y las otras serán:

$$V_{SN'1} = 127 \angle -120^\circ; V_{TN'1} = 127 \angle +120^\circ$$

De un modo análogo, las componentes de secuencia negativa serán:

$$V_{RN'2} = (1/3)(V_{RN'} + a^2 \cdot V_{SN'} + a \cdot V_{TN'}) = 0 = V_{SN'2} = V_{TN'2}$$

En cuanto a las tensiones compuestas de línea, tendremos:

$$V_{RS} = V_{RN'} - V_{SN'} = 220 \angle +30^\circ$$

$$V_{ST} = V_{SN'} - V_{TN'} = 220 \angle -90^\circ$$

$$V_{TR} = V_{TN'} - V_{RN'} = 220 \angle +150^\circ$$

y las componentes homopolares serán

$$V_{RS0} = V_{ST0} = V_{TR0} = (1/3)(V_{RS} + V_{ST} + V_{TR}) = 0$$

como era de esperar (las tensiones de línea no tienen componentes homopolares).

Las componentes de secuencia directa serán:

$$V_{RS1} = (1/3)(V_{RS} + a \cdot V_{ST} + a^2 \cdot V_{TR}) = 220 \angle +30^\circ$$

$$V_{ST1} = 220 \angle -120^\circ; V_{TR1} = 220 \angle +150^\circ$$

y las de secuencia negativa:

$$V_{RS2} = (1/3)(V_{RS} + a^2 \cdot V_{ST} + a \cdot V_{TR}) = 0 = V_{ST2} = V_{TR2}$$

resultados lógicos ya que las tensiones V_{RS} , V_{ST} y V_{TR} constituyen un sistema equilibrado directo (para este ejemplo).

EJEMPLO. Para el ejemplo anterior, tras poner línea de neutro, nos dicen que las corrientes que circulan por las líneas son:

$$I_R = 12,7 \angle -90^\circ; I_S = 12,7 \angle -120^\circ; I_T = 12,7 \angle 210^\circ$$

Calcular las componentes simétricas de estas tres corrientes.

Como sabemos,

$$I_{R0} = (1/3)(I_R + I_S + I_T) = 34,7 \angle -120^\circ$$

es decir:

$$I_{R0} = I_{S0} = I_{T0} = 34,7 \angle -120^\circ$$

Puede comprobarse que las corrientes homopolares anteriores coinciden con

la corriente de retorno por el neutro ($34,7 \angle -120^\circ$).

Las componentes de secuencia positiva son:

$$I_{R1} = (1/3) \cdot (I_R + a \cdot I_S + a^2 \cdot I_T) = 4,23 \angle 0^\circ$$

y, por consiguiente:

$$I_{S1} = 4,23 \angle -120^\circ ; I_{T1} = 4,23 \angle 120^\circ$$

Las componentes de secuencia negativa serán:

$$I_{R2} = (1/3) \cdot (I_R + a^2 \cdot I_S + a \cdot I_T) = 9,3 \angle -60^\circ$$

y, de ahí:

$$I_{S2} = 9,3 \angle +60^\circ ; I_{T2} = 9,3 \angle -180^\circ$$

EJEMPLO. En el circuito de la figura, las impedancias de carga están equilibradas, y tienen un valor de $16,5 \angle 30^\circ (\Omega)$. La tensión de línea es de 220v, con secuencia RST. Si la fase T está abierta y se toma la tensión V_{RN} como referencia, calcular:

1) Corrientes I_R , I_S e I_T .

2) Componentes simétricas de estas corrientes.

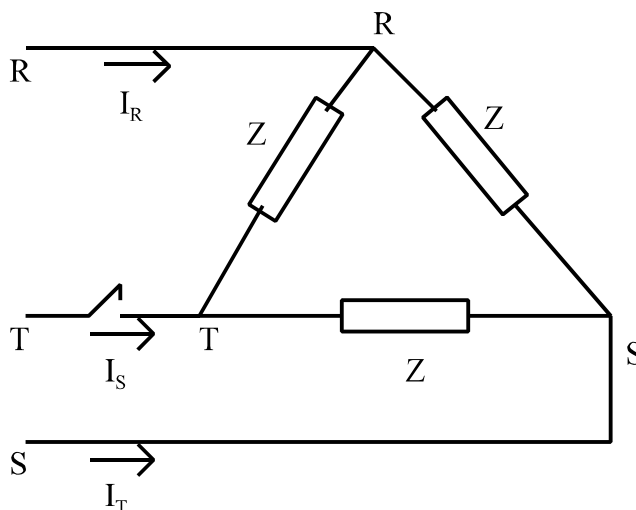


Figura 6

1) Al estar abierta la fase T, la carga sobre las fases RS vale:

$$Z_{eq} = Z \parallel (Z + Z) = (2/3) \cdot Z = 11 \angle 30^\circ$$

Al tomar V_{RN} como referencia de fases, la tensión V_{RS} valdrá:

$$V_{RS} = 220 \angle +30^\circ$$

y, por consiguiente, la corriente I_R será:

$$I_R = V_{RS} / Z_{eq} = 20 \angle 0^\circ$$

La corriente I_S será igual y contraria a la anterior, es decir:

$$I_S = -I_R = 20 \angle +180^\circ$$

Obviamente, $I_T = 0$

2) Como sabemos:

$$I_{R0} = (1/3) \cdot (I_R + I_S + I_T) = 0 = I_{S0} = I_{T0}$$

Para las componentes de secuencia directa se tiene:

$$I_{R1} = (1/3) \cdot (I_R + a \cdot I_S + a^2 \cdot I_T) = 11,54 \angle -30^\circ$$

y, seguidamente:

$$I_{S1} = 11,54 \angle -150^\circ ; I_{T1} = 11,54 \angle +90^\circ$$

De un modo análogo, las componentes de secuencia negativa son:

$$I_{R2} = (1/3) \cdot (I_R + a^2 \cdot I_S + a \cdot I_T) = 11,54 \angle +30^\circ$$

y, por consiguiente:

$$I_{S2} = 11,45 \angle +150^\circ ; I_{T2} = 11,54 \angle -90^\circ$$

VI.4.-POTENCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS

Recordemos que la potencia aparente compleja de un sistema trifásico genérico viene dada por la expresión:

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{V}_R \cdot \bar{I}_R^* + \bar{V}_S \cdot \bar{I}_S^* + \bar{V}_T \cdot \bar{I}_T^*$$

siendo $\bar{V}$ la tensión de fase correspondiente e $\bar{I}$ la intensidad de línea (es la corriente de fase de la carga equivalente en estrella).

Poniendo éstos valores en función de sus respectivas componentes simétricas, y recordando las propiedades del operador trifásico **a**, podemos llegar fácilmente a la siguiente expresión para la Potencia Aparente total:

$$\bar{S} = 3 \cdot \bar{V}_{R0} \cdot \bar{I}_{R0}^* + 3 \cdot \bar{V}_{R1} \cdot \bar{I}_{R1}^* + 3 \cdot \bar{V}_{R2} \cdot \bar{I}_{R2}^*$$

Poniendo:

$$\bar{S}_0 = 3 \cdot \bar{V}_{R0} \cdot \bar{I}_{R0}^* = P_0 + jQ_0 \text{ (Potencia aparente homopolar)}$$

$$\bar{S}_1 = 3 \cdot \bar{V}_{R1} \cdot \bar{I}_{R1}^* = P_1 + jQ_1 \text{ (Potencia aparente directa)}$$

$$\bar{S}_2 = 3 \cdot \bar{V}_{R2} \cdot \bar{I}_{R2}^* = P_2 + jQ_2 \text{ (Potencia aparente inversa)}$$

Sustituyéndolo en la anterior ecuación:

$$\bar{S} = \bar{S}_0 + \bar{S}_1 + \bar{S}_2 = 3 \cdot \bar{V}_0 \cdot \bar{I}_0^* + 3 \cdot \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^* + 3 \cdot \bar{V}_2 \cdot \bar{I}_2^* \neq S_0 + S_1 + S_2$$

$$P = P_0 + P_1 + P_2 = 3V_0 I_0 \cos \varphi_0 + 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 + 3V_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2 = 3V_0 I_0 \sin \varphi_0 + 3V_1 I_1 \sin \varphi_1 + 3V_2 I_2 \sin \varphi_2$$

y podremos indicar las siguientes conclusiones:

a) La potencia aparente compleja total es la suma de las potencias aparentes complejas de los sistemas homopolar, directo e inverso.

b) La potencia activa total es la suma de las potencias activas (homopolar, directa e inversa).

c) La potencia reactiva total es la suma de las potencias reactivas (homopolar, directa

e inversa).

d) Las potencias activas, reactivas y aparentes de cada uno de los tres sistemas (homopolar, directo e inverso) se conservan independientemente en toda la red, no existiendo términos de potencia en que aparezcan tensiones de un sistema y corrientes de otro.

e) La independencia de los tres sistemas de componentes simétricas en una red simétrica se cumple para potencias, tensiones, corrientes o f.e.m. Si la red es asimétrica, la independencia subsiste para las potencias.

f) La potencia que actúa total, activa, reactiva o aparente, es la suma de las potencias que proporciona cada uno de los sistemas separadamente.

Finalmente, podemos indicar que para el factor de potencia, se tendrá:

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{P_{R0} + P_{R1} + P_{R2}}{\sqrt{(P_{R0} + P_{R1} + P_{R2})^2 + (Q_{R0} + Q_{R1} + Q_{R2})^2}}$$

VI.5.-ANÁLISIS DE CIRCUITOS MEDIANTE COMPONENTES SIMÉTRICAS

En general, cualquier sistema trifásico desequilibrado se estudiará empleando la teoría de componentes simétricas. Si el circuito o red a estudiar es estático, podría estudiarse igualmente (habitual por su mayor simplicidad) por los sistemas clásicos de análisis de redes, pero si la red tiene máquinas rotativas, el sistema práctico para estudiar los efectos no equilibrados de estas máquinas es la teoría de componentes simétricas.

En este apartado, veremos la forma general de aplicación de las componentes simétricas a la resolución de circuitos simétricos y asimétricos. En el punto siguiente, aplicaremos esto al caso concreto de fallos en las redes.

VI.5.1.-SISTEMAS SIMÉTRICOS CON FEM DESEQUILIBRADAS

Vamos a ver primeramente el caso de una red trifásica simétrica, constituida por impedancias constantes. En este caso, podemos definir las impedancias y **admitancias cíclicas** (sistema empleado por el que se pueden sustituir las impedancias de cada línea por una única impedancia que incluye los efectos de todos los posibles acoplamientos magnéticos que el resto de líneas pueden tener sobre ésta, no vamos a entrar en los detalles de su obtención) y obtener un circuito trifásico equivalente, equilibrado en cargas, como el de la figura siguiente.

Este circuito es el equivalente a la red inicial, donde Z_c es la impedancia cíclica

de cada fase, que tendrá el mismo valor para las tres, al estar el circuito equilibrado en cargas.

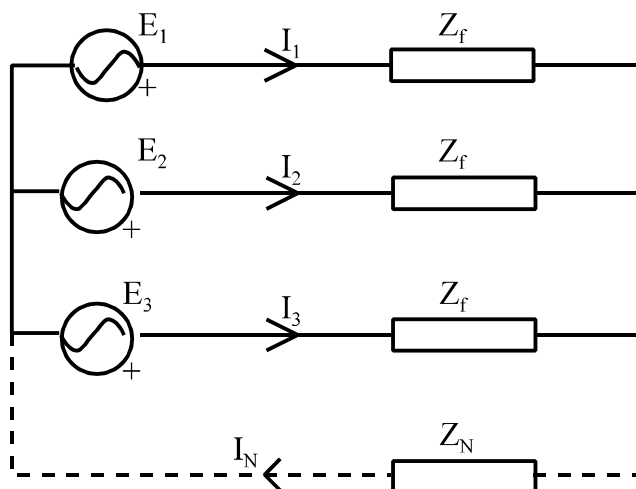


Figura 7

Si al circuito simétrico le aplicamos una fuente equilibrada, la respuesta del circuito (tensiones y corrientes) en todas sus partes, conductores, devanados de máquinas, etc., serán sistemas igualmente equilibrados (recuérdese que estamos en el caso de cargas lineales simétricas).

La resolución de este circuito, al ser equilibrado, se hará por el procedimiento más sencillo que conocemos, que es el empleo del circuito monofásico equivalente:

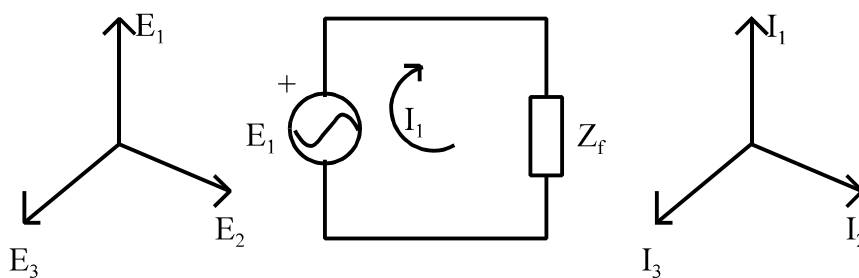


Figura 8

siendo, obviamente,

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_f}$$

Veamos ahora qué respuesta obtendríamos del circuito si le aplicamos otros tres tipos de fuentes equilibradas.

a) Fuente equilibrada de secuencia directa.

Si la fuente que ponemos en el circuito es equilibrada y de secuencia directa ($\bar{E}_{1d}, \bar{E}_{2d}, \bar{E}_{3d}$), obtendremos una respuesta equilibrada y de secuencia directa

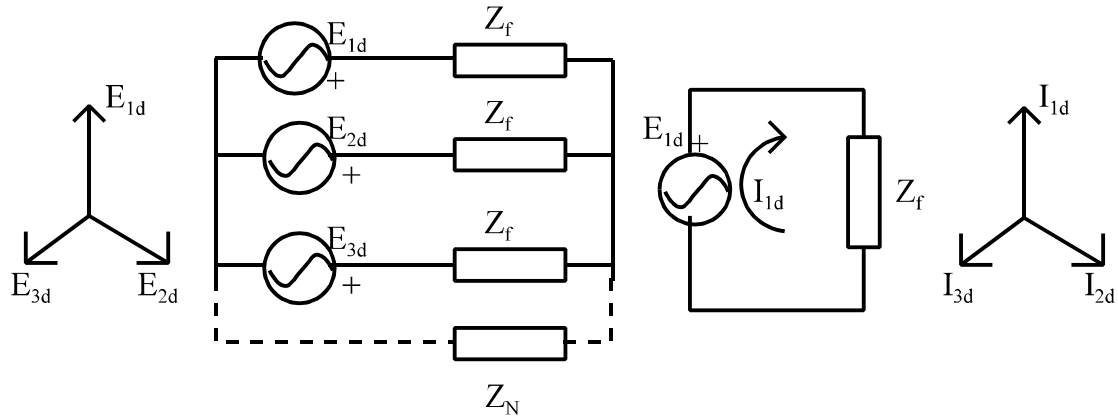


Figura 9

Ahora tendremos (para el circuito monofásico equivalente):

$$I_{1d} = \frac{E_{1d}}{Z_f}$$

La impedancia que por fase presenta el circuito de secuencia directa es:

$$\bar{Z}_{1d} = \frac{\bar{E}_{1d}}{\bar{I}_{1d}} = \bar{Z}_f \quad ; \quad \bar{Z}_d = \bar{Z}_f$$

b) Fuente equilibrada de secuencia inversa.

Si la fuente que ponemos en el circuito es equilibrada y de secuencia inversa ($\bar{E}_{1i}, \bar{E}_{2i}, \bar{E}_{3i}$), obtendremos una respuesta equilibrada y de secuencia inversa

Ahora tendremos

$$I_{1i} = \frac{E_{1i}}{Z_f}$$

La impedancia que por fase presenta el circuito a la secuencia inversa es:

$$\bar{Z}_{1i} = \frac{\bar{E}_{1i}}{\bar{I}_{1i}} = \bar{Z}_f \quad ; \quad \bar{Z}_i = \bar{Z}_f$$

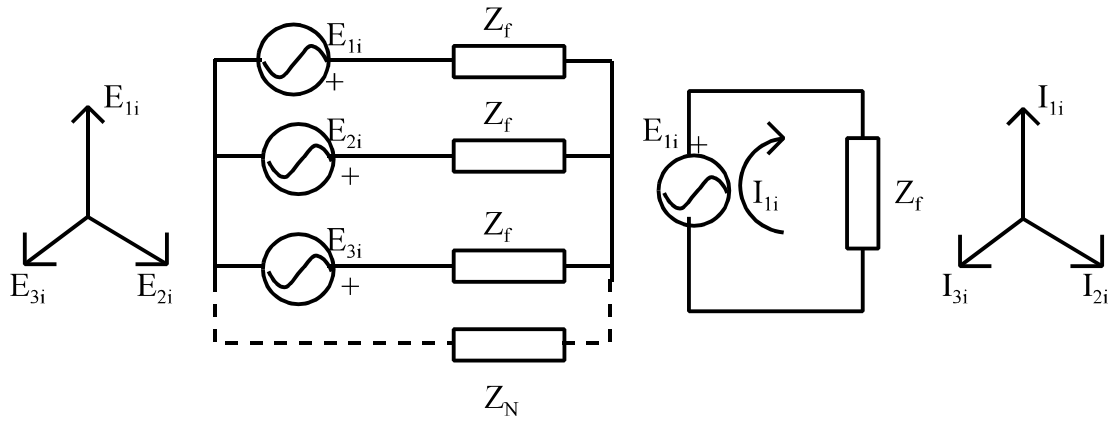


Figura 10

c) Fuente equilibrada de secuencia homopolar.

Si la fuente que ponemos en el circuito es equilibrada y de secuencia homopolar ($\bar{E}_{1h}, \bar{E}_{2h}, \bar{E}_{3h}$), obtendremos una respuesta equilibrada en que las tres fases pulsan a un tiempo.

Anteriormente, al ser un sistema equilibrado, la suma de las corrientes de fase era cero y no teníamos corriente de neutro. Ahora tendremos una corriente de neutro $\bar{I}_N = 3 \cdot \bar{I}_h$ y en el circuito monofásico equivalente tendremos que considerar como impedancia de neutro $3Z_N$.

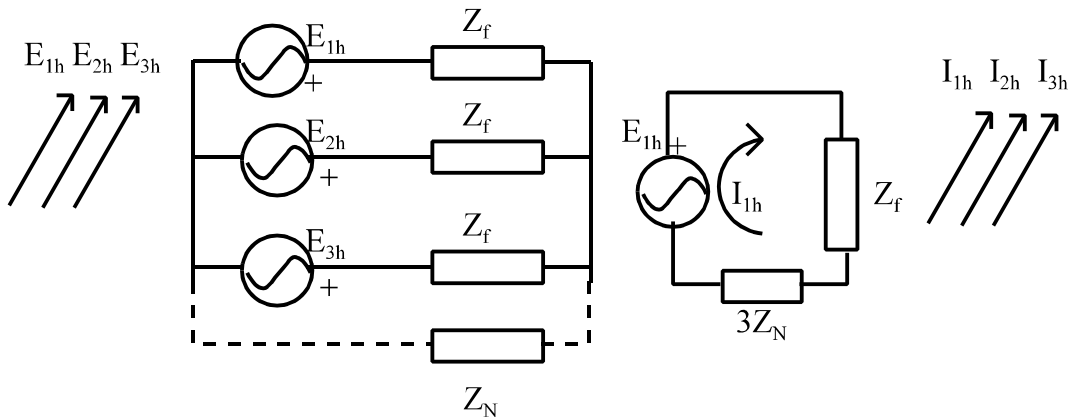


Figura 11

En este caso, para el circuito monofásico equivalente se tiene:

$$I_{1h} = \frac{E_{1h}}{Z_f + 3Z_N}$$

Ahora, la impedancia por fase que presenta el circuito homopolar es la siguiente:

$$\bar{Z}_h = \frac{\bar{E}_{1h}}{\bar{I}_{1h}} = \bar{Z}_f + 3\bar{Z}_N \quad ; \quad \bar{Z}_h = \bar{Z}_f + 3\bar{Z}_N$$

Si no existe neutro tendremos $Z_N = \infty$; $Z_h = \infty$ y, evidentemente, no tendremos corriente homopolar.

d) Fuente desequilibrada cualquiera.

La fuente desequilibrada podrá descomponerse en suma de tres sistemas equilibrados, directo, inverso y homopolar.

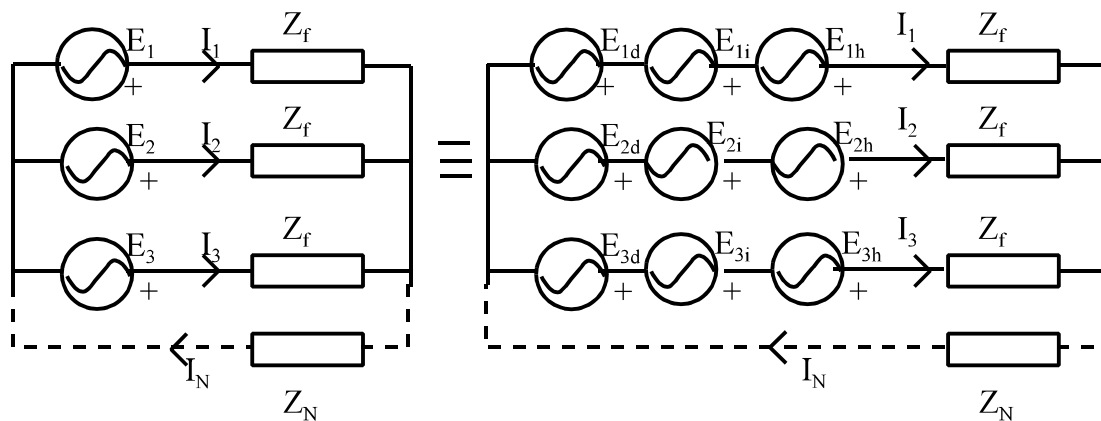


Figura 12

La forma de calcular la respuesta sería, pues:

- 1) Descomponer el sistema original de fem desequilibradas $\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3$ en sus componentes simétricas, como se ve en la figura.
- 2) Estudiar separadamente la respuesta del circuito $\bar{I}_{1d} \bar{I}_{1i} \bar{I}_{1h}$ a cada tipo de fuente $\bar{E}_{1d} \bar{E}_{1i} \bar{E}_{1h}$ y con la impedancia de circuito correspondiente al sistema aplicado $\bar{Z}_{1d} \bar{Z}_{1i} \bar{Z}_{1h}$. Se empleará, para la resolución, el circuito monofásico equivalente.
- 3) Hallar la respuesta total del circuito a la fuente original. Para ello, sumaremos los efectos parciales de los tres sistemas.

Hemos visto que la aplicación a una red simétrica de una fuente o sistema equilibrado de secuencia directa produce la circulación de un sistema de corrientes equilibradas, de secuencia directa y sólo interviene la impedancia de secuencia directa. Igual pasa con los sistemas de secuencia inversa y homopolar.

En el cálculo de cada circuito no intervendrá más que la impedancia de fase correspondiente $\bar{Z}_{1d} \bar{Z}_{1i} \bar{Z}_{1h}$, sin que tengan intervención las impedancias de las otras

dos fases. Esto sólo ocurrirá si el circuito es simétrico como es nuestro caso, y no si es asimétrico.

VI.5.2.-IMPEDANCIAS SIMÉTRICAS

En el apartado anterior hemos hablado de las impedancias simétricas $\bar{Z}_h \bar{Z}_d \bar{Z}_i$. Estas impedancias son las que ofrece separadamente cada fase, al paso de las componentes de corriente $\bar{I}_h \bar{I}_d \bar{I}_i$ correspondiente.

A estas impedancias las llamaremos **homopolar, directa e inversa**. Un circuito puede presentar valores de impedancia iguales o diferentes para distintas secuencias de corriente.

Empleando las impedancias simétricas en cualquier rama de una red que tenga fem desequilibradas, podremos escribir la ley de Ohm para los tres sistemas simétricos separadamente:

$$\begin{aligned}\bar{E}_h &= \bar{V}_h + \bar{Z}_h \bar{I}_h \\ \bar{E}_d &= \bar{V}_d + \bar{Z}_d \bar{I}_d \\ \bar{E}_i &= \bar{V}_i + \bar{Z}_i \bar{I}_i\end{aligned}$$

donde

$\bar{E}_h \bar{E}_d \bar{E}_i$ son las componentes simétricas de la fuente original

$\bar{V}_h \bar{V}_d \bar{V}_i$ son las tensiones de fase en el extremo de la red

$\bar{I}_h \bar{I}_d \bar{I}_i$ son las componentes simétricas de la corriente en los conductores.

Los valores de las impedancias simétricas, normalmente los dará el fabricante de las máquinas, aunque también podremos calcularlos por ensayos o analíticamente. Vamos ahora a comentar brevemente los valores relativos que alcanzan las impedancias simétricas en elementos estáticos y rotativos en una red.

a) Impedancia directa e inversa en elementos simétricos estáticos.

Las impedancias a secuencia directa e inversa son iguales en elementos de constitución simétrica, que no tengan partes giratorias, como grupos de resistencias, bobinas, líneas, condensadores, transformadores, etc. La impedancia que ofrecen tales elementos al paso de la corriente es independiente del orden de sucesión de fases.

b) Impedancia directa e inversa en máquinas giratorias.

Las máquinas giratorias, alternadores, motores síncronos, máquinas de inducción, ..., oponen al paso de la corriente una impedancia cíclica que será diferente según el sentido de sucesión de fases. Por ello las máquinas giratorias tienen bien

determinado su sentido de rotación en funcionamiento normal.

Por ejemplo, en un motor asíncrono, las corrientes de secuencia directa crean en el motor un campo magnético giratorio del mismo sentido que el giro del rotor. Por el contrario, las de secuencia inversa, crean un campo con sentido opuesto al del rotor. La asimetría es manifiesta. Algo similar pasa con los generadores.

Luego, la impedancia que va a ofrecer una máquina rotativa al paso de corrientes de secuencia directa e inversa va a ser distinta.

c) Impedancia homopolar.

En general, la impedancia homopolar va a ser distinta de la impedancia directa o inversa.

Su valor puede ser infinito cuando no existe camino (conductor tierra) de retorno para las corrientes homopolares. Puede tener un valor determinado cuando existe ese camino de retorno.

En una línea con camino de retorno, la impedancia homopolar tiene un valor mayor que la impedancia directa o inversa. El campo magnético que origina el sistema homopolar da lugar a que la reactancia homopolar en una línea de transporte sea de 2 a 3,5 veces mayor que la reactancia de secuencia directa.

En los transformadores trifásicos usuales, las impedancias en serie homopolares suelen diferir poco de las impedancias directa e inversa. En general, se toman todas iguales. Realmente, el valor de Z_h va a depender del tipo de transformador y de la conexión y montaje.

En las máquinas giratorias la impedancia homopolar es diferente de las impedancias directa e inversa.

VI.5.3.-REDES DE SECUENCIA

Llamaremos red de secuencia al circuito monofásico equivalente formado por las fem e impedancias de cada secuencia. Cada red original nos dará, en consecuencia, tres redes de secuencia: la homopolar, la directa y la inversa. Cada red estará recorrida por su correspondiente corriente $\bar{I}_h \bar{I}_d \bar{I}_i$.

Las redes de secuencia se interconectan entre sí para calcular el efecto de un fallo y simplificar los cálculos a realizar. La estructura de los circuitos de secuencia obtenidos se puede transformar para facilitar los cálculos, agrupando en serie, paralelo, aplicando Thevenin, etc., y resolverlos mediante las técnicas generales de estudio de circuitos.

Vamos a estudiar ahora las redes de secuencia de un generador en vacío, que son nuestro medio fundamental de trabajo para el estudio de fallos y la deducción de las ecuaciones de las corrientes y tensiones que se producen en ellos.

La representación de un generador sin carga queda recogida en la siguiente figura.

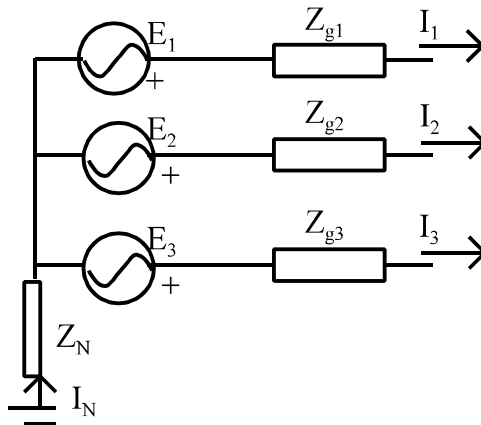


Figura 13

Un generador en condiciones normales trabaja a secuencia directa y con fem equilibradas, por lo que no existirán fem inversas ni homopolares. Si el neutro no está unido a tierra no habrá corriente homopolar, y si lo está, recordaremos que la corriente de retorno es $3I_h$ o bien I_N con una impedancia $3Z_N$ en el circuito equivalente.

En un fallo, una o dos de las corrientes de línea $\bar{I}_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3$ puede ser cero, pero el sistema de corrientes existente se podrá descomponer en sus componentes simétricos y, en consecuencia, existirán $\bar{I}_h \bar{I}_d \bar{I}_i$.

En el estudio de sistemas eléctricos se miden las tensiones de fase con relación a tierra. En las secuencias directa e inversa, al ser sistemas equilibrados, la tensión del neutro es la misma que la de tierra. Para estos dos sistemas, la tierra y el neutro son lo mismo desde el punto de vista de tensiones.

Para la secuencia homopolar, la tensión entre el neutro y tierra es $3I_h \cdot Z_N$. Por ello, entre el neutro y la tierra aparecerá una impedancia de $3 \cdot Z_N$. De esta manera, las tres redes de secuencia tienen la misma referencia de tensiones: la tierra.

Seguidamente vamos a representar al circuito trifásico correspondiente a una fuente trifásica $\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3$ equilibrada de secuencia directa, y sus redes de secuencia.
a) Red de secuencia directa.

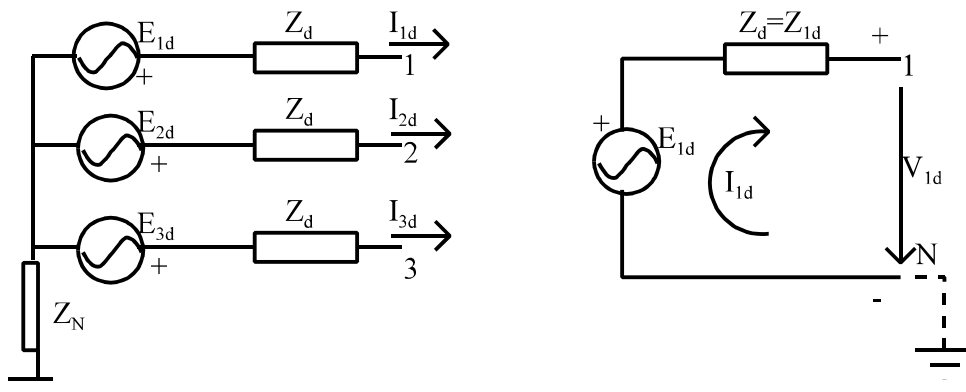


Figura 14

Para esta red de secuencia directa tenemos

$$\bar{V}_{1d} = \bar{E}_{1d} - \bar{I}_{1d} \cdot \bar{Z}_{1d}$$

b) Red de secuencia inversa.

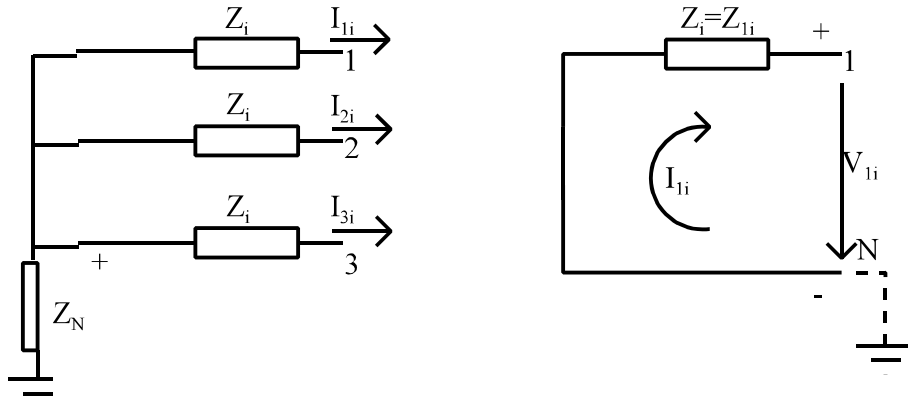


Figura 15

La ecuación que ahora se cumple es:

$$\bar{V}_{1i} = 0 - \bar{I}_{1i} \cdot \bar{Z}_{1i}$$

c) Red de secuencia homopolar.

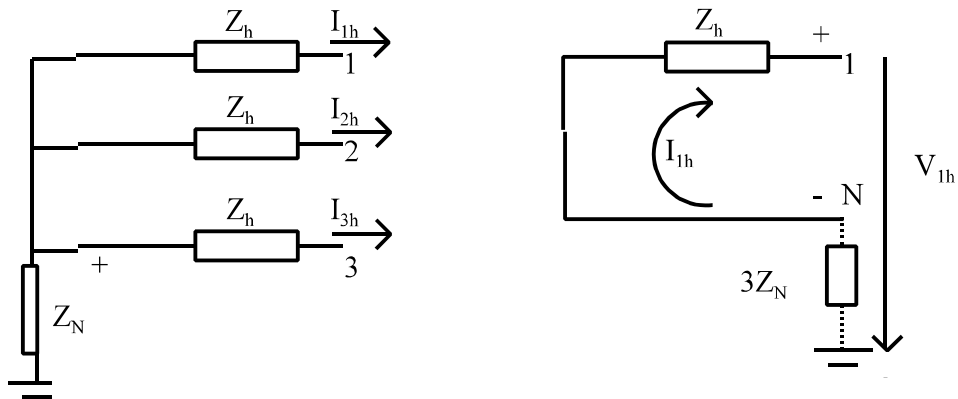


Figura 16

Para la red homopolar:

$$\bar{V}_{1h} = -\bar{I}_{1h} \cdot \bar{Z}_{1h} \quad (\bar{Z}_{1h} = \bar{Z}_h + 3 \cdot \bar{Z}_N)$$

VI.5.3.-SISTEMAS ASIMÉTRICOS

Dada la amplitud del tema, solamente nos vamos a centrar en el caso más usual (aparte de los fallos), que es una red con asimetrías localizadas, esto es, supondremos que la red la podemos separar en dos zonas: una simétrica y otra asimétrica, que están unidas por una red trifásica (con o sin neutro).

La red simétrica constará de impedancias simétricas y generadores equilibrados o desequilibrados, considerando las distintas impedancias a cada secuencia ($\bar{Z}_h \bar{Z}_d \bar{Z}_i$).

La red asimétrica tendrá las impedancias asimétricas y cualquier tipo de generador.

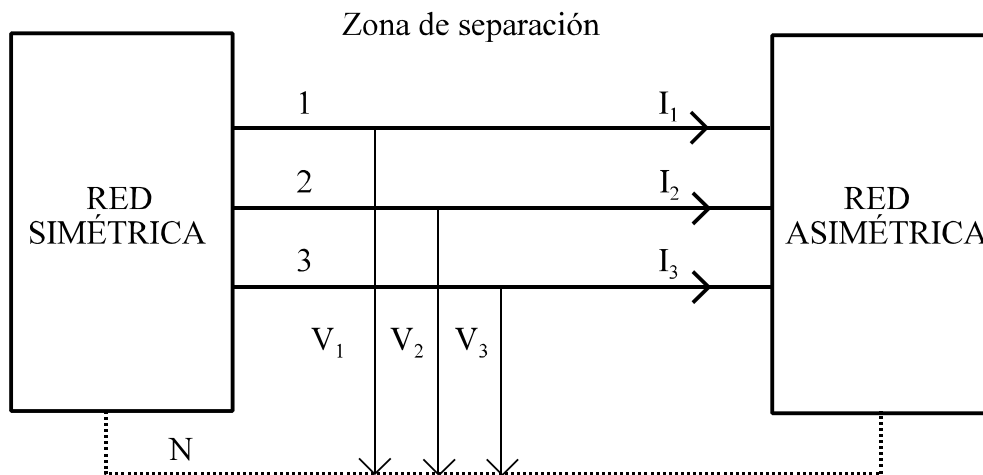


Figura 17

El método consiste en aislar las partes simétricas y aplicarles el método de las componentes simétricas, como ya se ha visto. En las partes asimétricas emplearemos las leyes de Kirchhoff y Ohm, relacionando las tensiones y corrientes reales.

En la frontera o zona de separación existirá un solo valor de corrientes y tensiones reales. Igualaremos en dicha frontera los valores obtenidos en la red simétrica (por la izquierda) y en la red asimétrica (por la derecha).

Y calcularemos, finalmente, los valores reales.

El proceso de cálculo empleado, paso a paso, sería el siguiente:

1) A la izquierda de la frontera, en la red simétrica, los valores de las tensiones y corrientes reales valdrían, en función de sus componentes simétricas:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_{1h} + \bar{V}_{1d} + \bar{V}_{1i} \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}_{1h} + a^2 \bar{V}_{1d} + a \bar{V}_{1i} \\ \bar{V}_3 &= \bar{V}_{1h} + a \bar{V}_{1d} + a^2 \bar{V}_{1i}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_{1h} + \bar{I}_{1d} + \bar{I}_{1i} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{1h} + a^2 \bar{I}_{1d} + a \bar{I}_{1i} \\ \bar{I}_3 &= \bar{I}_{1h} + a \bar{I}_{1d} + a^2 \bar{I}_{1i}\end{aligned}$$

2)Aplicando la ley de Kirchhoff a cada fase del circuito tendremos:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{1h} &= \bar{V}_{1h} + \bar{I}_{1h} \bar{Z}_{1h} \\ \bar{E}_{1d} &= \bar{V}_{1d} + \bar{I}_{1d} \bar{Z}_{1d} \\ \bar{E}_{1i} &= \bar{V}_{1i} + \bar{I}_{1i} \bar{Z}_{1i}\end{aligned}$$

Si la fuente es de secuencia directa y está equilibrada, como es lo usual, $\bar{E}_{1h} = \bar{E}_{1i} = 0$.

Tenemos 9 ecuaciones y 12 incógnitas.

3)A la derecha de la frontera, en la red asimétrica, estableceremos, para cada fase, la relación entre tensiones y corrientes reales, aplicando las leyes de Kirchhoff y Ohm. Las relaciones serán de la forma:

$$\begin{aligned}\text{Fase 1: } f_1(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3; \bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) &= 0 \\ \text{Fase 2: } f_2(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3; \bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) &= 0 \\ \text{Fase 3: } f_3(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3; \bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) &= 0\end{aligned}$$

Tenemos ahora 12 ecuaciones y 12 incógnitas. Podremos calcular los valores reales de las tres corrientes y las tres tensiones.

Vamos a aplicar este proceso a un caso concreto: un generador trifásico real equilibrado y una red asimétrica (típico problema no equilibrado que se presenta en la práctica).

La red tiene un generador equilibrado, de secuencia directa, con impedancias internas $\bar{Z}_h \bar{Z}_d \bar{Z}_i$. El generador, mediante una línea de impedancia por fase Z_L (que supondremos igual para cada fase) alimenta una asimetría localizada debida, por ejemplo, a la aparición de un fallo asimétrico, a la rotura de un conductor, a un fallo a tierra, a una carga monofásica notable, a una carga en estrella desequilibrada, etc. ($\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3$). Supondremos los neutros conectados a tierra a través de una impedancia Z_N (que puede ser infinita, para simular que el sistema sea de tres hilos).

Tenemos un generador $\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3$ equilibrado y de secuencia directa, luego su componente homopolar e inversa serán nulas, y la componente directa será el propio sistema:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{1d} &= \bar{E}_1 \\ \bar{E}_{1h} &= 0 \\ \bar{E}_{1i} &= 0\end{aligned}$$

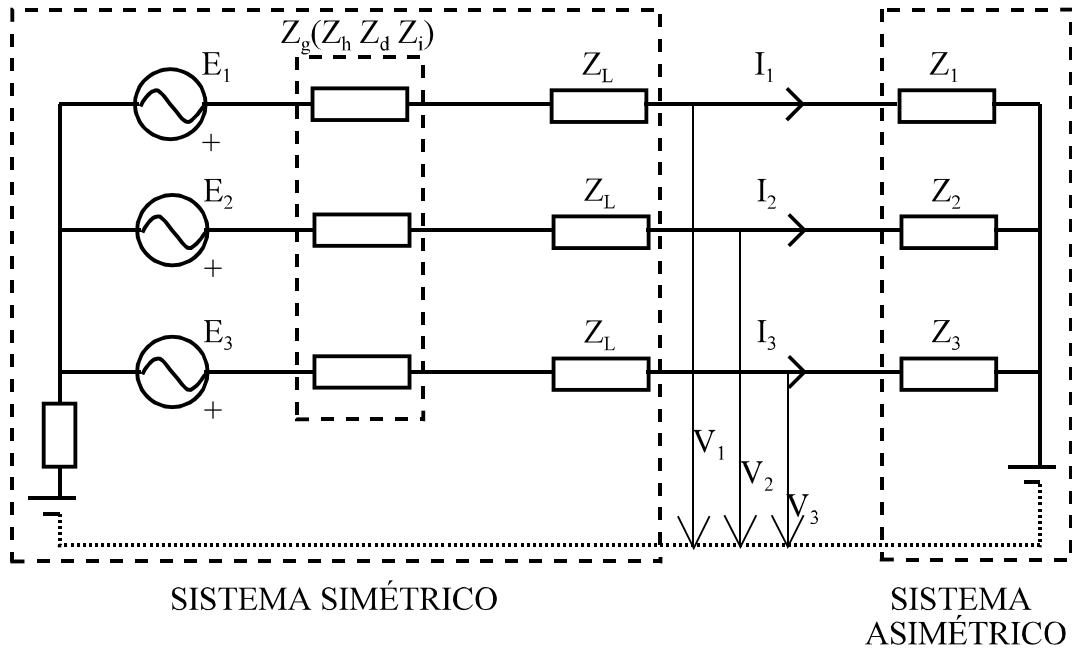


Figura 18

Según el punto 2:

$$\bar{E}_{1d} = (\bar{Z}_d + \bar{Z}_L) \bar{I}_{1d} + \bar{V}_{1d} \quad (\text{Red de secuencia directa})$$

$$0 = (\bar{Z}_i + \bar{Z}_L) \bar{I}_{1i} + \bar{V}_{1i} \quad (\text{Red de secuencia inversa})$$

$$0 = (3\bar{Z}_N + \bar{Z}_L) \bar{I}_{1h} + \bar{V}_{1h} \quad (\text{Red de secuencia homopolar})$$

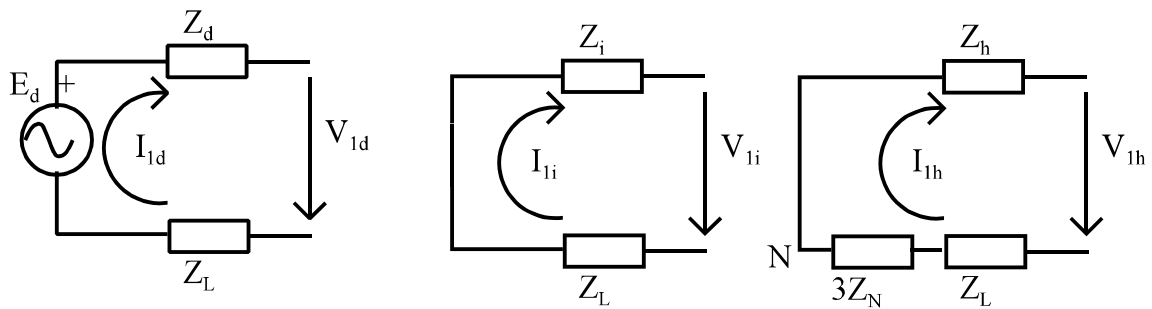


Figura 19

Del apartado 3 tendremos:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{Z}_1 \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 &= \bar{Z}_3 \bar{I}_3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{1h} + \bar{V}_{1d} + \bar{V}_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + \bar{I}_{1d} + \bar{I}_{1i}) \\ \bar{V}_{1h} + a^2 \bar{V}_{1d} + a \bar{V}_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + a^2 \bar{I}_{1d} + a \bar{I}_{1i}) \\ \bar{V}_{1h} + a \bar{V}_{1d} + a^2 \bar{V}_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + a \bar{I}_{1d} + a^2 \bar{I}_{1i})\end{aligned}$$

Estas ecuaciones las pondremos en función de las expresiones generales de las componentes simétricas y tendremos:

Las ecuaciones del sistema simétrico por la izquierda de la frontera y por la derecha de la frontera tendrán los mismos valores.

Tendremos 6 ecuaciones con 6 incógnitas; resolviendo el sistema obtendríamos

$$\bar{V}_{1h}, \bar{V}_{1d}, \bar{V}_{1i}; \bar{I}_{1h}, \bar{I}_{1d}, \bar{I}_{1i}$$

Para obtener los valores reales de tensión y corriente emplearemos las expresiones generales de componentes simétricas del punto 1, quedando así el problema resuelto.

Otra posibilidad para obtener la solución al sistema anterior es aplicar el cálculo sustituyendo previamente las cargas asimétricas por sus fuerzas contraelectromotrices asociadas.

$$\begin{aligned}\bar{E}'_1 &= \bar{I}_1 \bar{Z}_1 \\ \bar{E}'_2 &= \bar{I}_2 \bar{Z}_2 \\ \bar{E}'_3 &= \bar{I}_3 \bar{Z}_3\end{aligned}$$

Con esta sustitución, el circuito original quedaría como se indica en la siguiente figura.

Aplicando el método general de cálculo, y donde antes aparecía V, ahora

$$\begin{aligned}\bar{E}'_{1h} + \bar{E}'_{1d} + \bar{E}'_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + \bar{I}_{1d} + \bar{I}_{1i}) \\ \bar{E}'_{1h} + a^2 \bar{E}'_{1d} + a \bar{E}'_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + a^2 \bar{I}_{1d} + a \bar{I}_{1i}) \\ \bar{E}'_{1h} + a \bar{E}'_{1d} + a^2 \bar{E}'_{1i} &= \bar{Z}_1(\bar{I}_{1h} + a \bar{I}_{1d} + a^2 \bar{I}_{1i})\end{aligned}$$

tendremos E'. Tendremos así:

El generador equilibrado $\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3$ es de secuencia directa y, como anteriormente veíamos, sólo tendrá componente directa ($\bar{E}_{1d} = \bar{E}_1$). Las redes de secuencia y las ecuaciones de las mismas las podemos poner igual que antes, o bien,

podemos recoger directamente toda la red en las secuencias:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{1d} - \bar{E}'_{1d} &= \bar{I}_{1d}(\bar{Z}_d + \bar{Z}_L) \\ -\bar{E}'_{1i} &= \bar{I}_{1i}(\bar{Z}_i + \bar{Z}_L) \\ -\bar{E}'_{1h} &= \bar{I}_{1h}(\bar{Z}_h + \bar{Z}_L + 3\bar{Z}_N)\end{aligned}$$

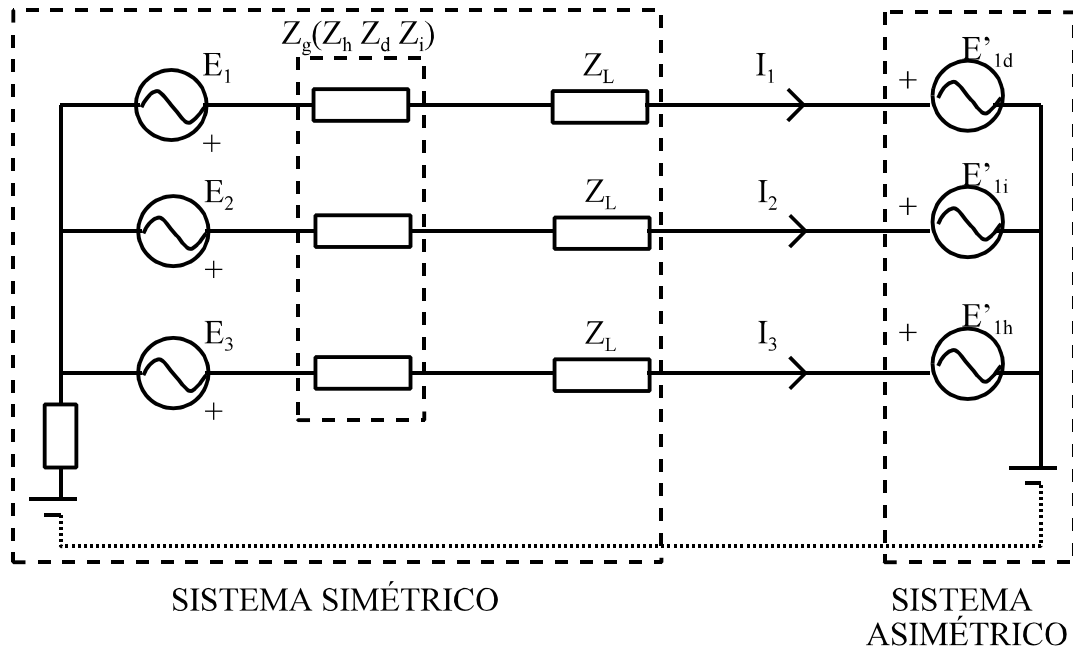


Figura 21

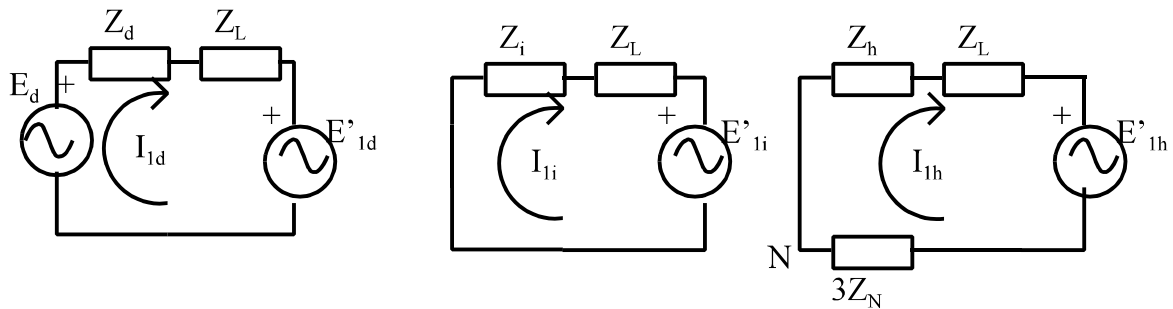


Figura 20

Con las anteriores expresiones tenemos un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas ($I_{1h}, I_{1d}, I_{1i}, E'_{1h}, E'_{1d}, E'_{1i}$). Los valores reales de I_1, I_2, I_3 y de V_1, V_2, V_3 los obtendremos de las expresiones generales de las componentes simétricas.

Finalmente, solamente indicar que si el generador estuviese formado por fuentes E_1, E_2, E_3 no equilibradas, la solución hubiese sido la misma, pero la fuente sí tendría ahora componentes inversa y homopolar:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{1h} &= \frac{1}{3}(\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3) \\ \bar{E}_{1d} &= \frac{1}{3}(\bar{E}_1 + a\bar{E}_2 + a^2\bar{E}_3) \\ \bar{E}_{1i} &= \frac{1}{3}(\bar{E}_1 + a^2\bar{E}_2 + a\bar{E}_3)\end{aligned}$$

La solución del circuito sería igual que antes. La red de secuencia directa tendría la misma forma. La de secuencia inversa tendría ahora la fuente E_i y la homopolar la fuente E_h .

VI.6.-ESTUDIO DE FALLOS ASIMÉTRICOS

El estudio de los cortocircuitos merece de por sí un tema completo, pero nuestra intención no es el estudio de éstos, que ya se verá en el lugar apropiado, sino mostrar como la teoría de componentes simétricas permite su estudio de una forma sencilla y directa. Por ello, vamos a considerar un caso de cortocircuito entre una fase y tierra, estando el generador (equilibrado) en vacío. Supondremos también, por simplicidad, que las impedancias de red en cada fase están equilibradas. Todo esto se muestra en la siguiente figura.

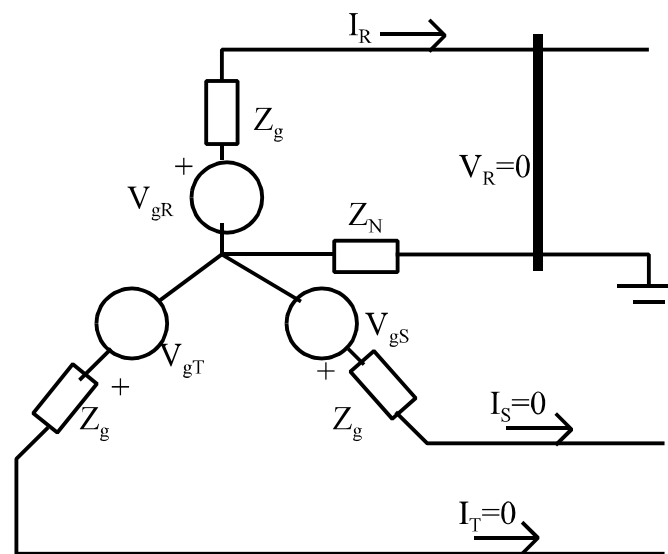


Figura 22

Las condiciones de la falta, al no existir más corrientes en la línea que las de la falta serán:

$$I_S = 0 \quad ; \quad I_T = 0 \quad ; \quad V_R = 0$$

de este modo las corrientes de línea tendrán como componentes simétricas para la fase R serán:

$$\begin{bmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de donde se deduce:

$$I_{R0} = I_{R1} = I_{R2} = \frac{I_R}{3}$$

Sustituyendo esto último en las redes de secuencia (las mismas que para el ejemplo que usamos anteriormente) obtendremos:

$$V_{R1} = V_{gR} - Z_1 I_{R1} = V_{gR} - Z_1 \frac{I_R}{3}$$

$$V_{R2} = -Z_2 I_{R2} = -Z_2 \frac{I_R}{3}$$

$$V_{R0} = -Z_0 I_{R0} = -Z_0 \frac{I_R}{3}$$

Ahora bien, usando que $V_R = V_{R0} + V_{R1} + V_{R2}$, se puede escribir:

$$V_R = V_{R0} + V_{R1} + V_{R2} = V_{gR} - (Z_1 + Z_2 + Z_0) \frac{I_R}{3}$$

y que, según las condiciones de la falla ($I_S = 0$; $I_T = 0$; $V_R = 0$) llegamos a

$$I_R = \frac{3V_{gR}}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

donde $Z_0 = Z_{g0} + 3Z_N$. En el caso de que el neutro del generador esté íntimamente unido a tierra, entonces $Z_N = 0$ y, por consiguiente, Z_0 coincide con la impedancia de secuencia homopolar del generador (Z_{g0}).

De un modo análogo se pueden analizar las faltas de cortocircuito entre dos líneas, dos líneas a tierra, etc.